**SET-3**

**Series : PQSR5**

**प्रश्न-पत्र कोड**
**Q.P. Code** **65/5/3**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

# गणित
# MATHEMATICS

*निर्धारित समय :* ***3*** *घण्टे* — *अधिकतम अंक :* ***80***

*Time allowed :* ***3*** *hours* — *Maximum Marks :* ***80***

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
- Please check that this question paper contains **23** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **38** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. []

***सामान्य निर्देश :***

*निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :*

*(i)* *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।*

*(ii)* *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।*

*(iii)* ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।*

*(iv)* ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(v)* ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(vi)* ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(vii)* ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(viii)* *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।*

*(ix)* *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।*

## खण्ड क

*इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।*

**1.** किसी वर्ग आव्यूह A के लिए, जिसके अवयव वास्तविक हों, यदि $A + A'$ एक सममित आव्यूह है, तो :

(A) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह नहीं हो सकता

(B) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है

(C) A सदैव एक सममित आव्यूह होता है

(D) A सदैव एक विषम सममित आव्यूह होता है

**2.** एक आव्यूह $B = [b_{ij}]_{m \times m}$ एक विकर्ण आव्यूह कहा जाएगा, यदि :

(A) $b_{ij} = 0$, जब $i = j$

(B) $b_{ij} = 1$, जब $i = j$

(C) $b_{ij} = 1$, जब $i \neq j$

(D) $b_{ij} = 0$, जब $i \neq j$

***General Instructions :***

*Read the following instructions very carefully and strictly follow them :*

*(i)* *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

*(ii)* *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

*(iii)* *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

*(iv)* *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

*(v)* *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

*(vi)* *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

*(vii)* *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

*(viii)* *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

*(ix)* *Use of calculator is **not** allowed.*

## SECTION A

*This section comprises Multiple Choice Questions (MCQs) of 1 mark each.*

**1.** For any square matrix A with real entries, if A + A′ is a symmetric matrix then :

(A) (A – A′) cannot be a skew symmetric matrix

(B) (A – A′) is a skew symmetric matrix

(C) A is always a symmetric matrix

(D) A is always a skew symmetric matrix

**2.** A matrix $B = [b_{ij}]_{m \times m}$ is said to be a diagonal matrix, if :

(A) $b_{ij} = 0$, when $i = j$

(B) $b_{ij} = 1$, when $i = j$

(C) $b_{ij} = 1$, when $i \neq j$

(D) $b_{ij} = 0$, when $i \neq j$

**3.** यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य ***नहीं*** है ?

(A) adj A अव्युत्क्रमणीय है

(B) $(\text{adj } A)^{-1} = (\text{adj } A^{-1})$

(C) $|A| \neq 0$

(D) $A^{-1}$ का अस्तित्व है

**4.** यदि $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x+1}, & x \neq -1 \\ k, & x = -1 \end{cases}$

$x = -1$ पर एक संतत फलन है, तो k का मान है :

(A) कोई वास्तविक मान

(B) 6

(C) $-1$

(D) $-6$

**5.** प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के लिए, निम्नलिखित में से कौन-सी मुख्य मानीय शाखा सही परिभाषित ***नहीं*** है ?

(A) $\tan^{-1} : R \to \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

(B) $\sec^{-1} : R - (-1, 1) \to [0, \pi] - \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$

(C) $\cot^{-1} : R \to (0, \pi)$

(D) $\text{cosec}^{-1} : R - (-1, 1) \to \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

**6.** माना $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ है। यदि $A + B + C = O$ है, तो आव्यूह C है :

(A) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -5 \\ -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

**3.** If A is a non-singular matrix, then which of the following is ***not*** true ?

(A) adj A is singular

(B) $(\text{adj } A)^{-1} = (\text{adj } A^{-1})$

(C) $|A| \neq 0$

(D) $A^{-1}$ exists

**4.** If $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x+1}, & x \neq -1 \\ k, & x = -1 \end{cases}$

is continuous at $x = -1$, then the value of k is :

(A) Any real value

(B) 6

(C) $-1$

(D) $-6$

**5.** For the inverse trigonometric functions, which of the following Principal Value Branch is ***not*** correctly defined ?

(A) $\tan^{-1} : R \to \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

(B) $\sec^{-1} : R - (-1, 1) \to [0, \pi] - \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$

(C) $\cot^{-1} : R \to (0, \pi)$

(D) $\text{cosec}^{-1} : R - (-1, 1) \to \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

**6.** Let $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$. If A + B + C = O, then matrix C is :

(A) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -5 \\ -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

7. यदि सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$, एक डॉक्टर के क्लिनिक के बाहर लगे हुए रेड क्रॉस साइन की दो स्ट्रिप्स का निरूपण करते हैं, तो $\lambda$ का मान है :

(A) 1 (B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{2}{5}$ (D) 0

8. यदि $3P(A) = P(B) = \frac{3}{5}$ तथा $P(A|B) = \frac{2}{3}$ है, तो $P(A \cup B)$ है :

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{2}{5}$

9. यदि $\Delta$ ABC जिसके शीर्ष A(3, 1), B(– 2, 1) तथा C(0, k) हैं, का क्षेत्रफल 5 वर्ग इकाई है, तो k के मान हैं :

(A) 3, 1 (B) –1, 3

(C) –1, 2 (D) 0, 2

10. $\int \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\, dx$ बराबर है :

(A) $2 \log |\sin \frac{x}{2}| + C$ (B) $\frac{1}{2} \log |\sin 2x| + C$

(C) $\log |1 - \cos 2x| + C$ (D) $\log |1 + \cos 2x| + C$

11. यदि $\int_0^1 (6x^2 - 4x + k)\, dx = 0$ है, तो k का मान है :

(A) 1 (B) 0

(C) 2 (D) –1

12. यदि बिंदु (24, n) का स्थिति सदिश $\vec{p}$ इस प्रकार है कि $|\vec{p}| = 25$ है, तो n के मान हैं :

(A) ± 49 (B) ± 5

(C) ± 1 (D) ± 7

**7.** If vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \lambda\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$, represent the two strips of the Red Cross sign placed outside a doctor's clinic, then the value of $\lambda$ is :

(A) 1 (B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{2}{5}$ (D) 0

**8.** If $3P(A) = P(B) = \frac{3}{5}$ and $P(A|B) = \frac{2}{3}$, then $P(A \cup B)$ is :

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{2}{5}$

**9.** If the area of $\Delta$ ABC with vertices A(3, 1), B(– 2, 1) and C(0, k) is 5 sq. units, then values of k are :

(A) 3, 1 (B) –1, 3

(C) –1, 2 (D) 0, 2

**10.** $\int \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\, dx$ is equal to :

(A) $2 \log |\sin \frac{x}{2}| + C$ (B) $\frac{1}{2} \log |\sin 2x| + C$

(C) $\log |1 - \cos 2x| + C$ (D) $\log |1 + \cos 2x| + C$

**11.** If $\int_0^1 (6x^2 - 4x + k)\, dx = 0$, then the value of k is :

(A) 1 (B) 0

(C) 2 (D) –1

**12.** If position vector $\vec{p}$ of a point (24, n) is such that $|\vec{p}| = 25$, then the value of n is :

(A) $\pm 49$ (B) $\pm 5$

(C) $\pm 1$ (D) $\pm 7$

**13.** अवकल समीकरण $y = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \lambda \frac{dy}{dx}$ की कोटि तथा घात है :

(A) कोटि = 2, घात = 2 (B) कोटि = 2, घात = 3

(C) कोटि = 1, घात = 2 (D) कोटि = 2, घात = 4

**14.** रैखिक व्यवरोधों के एक निकाय द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु (0, 0), (0, 40), (20, 40), (60, 20) तथा (60, 0) हैं। यदि LPP का उद्देश्य फलन $Z = 4x + 3y$ है, तो इसका अधिकतम मान है :

(A) 200 (B) 300

(C) 240 (D) 120

**15.** एक चींटी को काग़ज़ की एक शीट पर एक सीधी रेखा में रेंगते हुए देखा गया है जिसका समीकरण $y = 2x - 4$ द्वारा प्रदत्त है। चींटी द्वारा तय किए गए पृष्ठ का क्षेत्रफल जो y-अक्ष, x-अक्ष तथा $x = 1$ द्वारा परिबद्ध है, है :

(A) 1 वर्ग इकाई (B) 3 वर्ग इकाई

(C) 2 वर्ग इकाई (D) 4 वर्ग इकाई

**16.** अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{3x-y}$ का व्यापक हल है :

(A) $3e^y = e^{3x} + C$ (B) $\log(3x - y) = C$

(C) $e^{3x-y} = C$ (D) $-e^y + 3e^{3x} = C$

**17.** $\cos^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right), -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ का x के सापेक्ष अवकलज है :

(A) $-1$ (B) 1

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$

**13.** The order and degree of differential equation $y = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \lambda \frac{dy}{dx}$ is :

(A) Order = 2, Degree = 2 (B) Order = 2, Degree = 3

(C) Order = 1, Degree = 2 (D) Order = 2, Degree = 4

**14.** The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints are (0, 0), (0, 40), (20, 40) (60, 20) and (60, 0). If the objective function of an LPP is Z = 4x + 3y, then the maximum value is :

(A) 200 (B) 300

(C) 240 (D) 120

**15.** An ant is observed crawling on a sheet of paper along a straight line given by equation y = 2x – 4. Area of the surface covered by the ant bounded by y-axis, x-axis and x = 1 is :

(A) 1 sq. unit (B) 3 sq. units

(C) 2 sq. units (D) 4 sq. units

**16.** The general solution for the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{3x-y}$ is :

(A) $3e^y = e^{3x} + C$ (B) $\log(3x - y) = C$

(C) $e^{3x-y} = C$ (D) $-e^y + 3e^{3x} = C$

**17.** Derivative of $\cos^{-1}\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right), -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ with respect to x is :

(A) $-1$ (B) $1$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$

**18.** फलन $f(x) = (x - 2)^2 + 5$ का अंतराल $[-3, 2]$ में निरपेक्ष निम्नतम मान है :

(A) $-3$ (B) $2$

(C) $5$ (D) $30$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

**19.** *अभिकथन (A) :* समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ पर परिभाषित संबंध $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ एक तुल्यता संबंध है।

*तर्क (R) :* एक संबंध जो स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है, वह एक तुल्यता संबंध होता है।

**20.** *अभिकथन (A) :* LPP : $Z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण करना, व्यवरोधों $2x + y \geq 3$, $x + 2y \geq 6$, $x, y \geq 0$ के अंतर्गत, पर विचार कीजिए। न्यूनतम Z अपरिमित रूप से अनेक बिंदुओं पर आता है। सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु $(0, 3)$ तथा $(6, 0)$ हैं।

*तर्क (R) :* यदि दो कोनीय बिंदुओं पर उद्देश्य फलन का समान न्यूनतम मान आता है, तो इन बिंदुओं को मिलाने वाले रेखा-खंड के प्रत्येक बिंदु पर समान न्यूनतम मान आता है।

## खण्ड ख

*इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।*

**21.** $\tan\left[\cos^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

**18.** Absolute minimum value of $f(x) = (x - 2)^2 + 5$ in the interval $[-3, 2]$ is :

(A) $-3$ (B) $2$

(C) $5$ (D) $30$

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

**19.** *Assertion (A) :* A relation R on the set $\{1, 2, 3\}$ defined as $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ is an equivalence relation.

*Reason (R) :* A relation that is reflexive, symmetric and transitive is an equivalence relation.

**20.** *Assertion (A) :* Consider a Linear Programming Problem with minimise $Z = x + 2y$ subject to constraints $2x + y \geq 3$, $x + 2y \geq 6$, $x, y \geq 0$ which gives minimum Z at infinitely many points. The corner points of feasible region are (0, 3) and (6, 0).

*Reason (R) :* If two corner points produce the same minimum value of the objective function, then every point on the line segment joining the points will give the same minimum value.

## SECTION B

*This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.*

**21.** Evaluate $\tan\left[\cos^{-1}\left(\tan\frac{3\pi}{4}\right)\right]$.

**22.** निम्नलिखित रेखाओं के युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{1-z}{-6} \text{ तथा}$$

$$\frac{x-7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{6-z}{-2}$$

**23.** वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें/जिनमें $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}, x \neq 0$ वर्धमान है।

**24.** (क) $x \log x$ के सापेक्ष $x^x$ का अवकलन कीजिए।

**अथवा**

(ख) यदि $y = P \cos ux + Q \sin ux$ है, तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + u^2y = 0.$

**25.** (क) तीन मधुमक्खियाँ क्रमश: सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{k}$ की दिशा में उड़ती पाई गईं । $\lambda$ का वह मान ज्ञात कीजिए ताकि $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ का पथ $\vec{c}$ के लंबवत हो।

**अथवा**

(ख) यदि A, B तथा C तीन असंरेखीय बिंदु इस प्रकार हैं कि $\overrightarrow{AB} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\overrightarrow{AC} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$ है, तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

## खण्ड ग

*इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।*

**26.** एक घनाकार लकड़ी के टुकड़े (ब्लॉक) का आयतन एक निश्चित दर से बढ़ता है जब हवा में बारिश के मौसम के कारण नमी होती है। दर्शाइए कि इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के बदलने की दर इसके किनारे की लंबाई के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

**22.** Find the angle between the following pair of lines :

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{1-z}{-6} \text{ and}$$

$$\frac{x-7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{6-z}{-2}$$

**23.** Determine the interval(s) in which $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}, x \neq 0$ is increasing.

**24.** (a) Differentiate $x^x$ with respect to $x \log x$.

**OR**

(b) If $y = P \cos ux + Q \sin ux$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} + u^2y = 0$.

**25.** (a) Three honey bees were found flying along the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{k}$ respectively. Find the value of $\lambda$ such that the path for $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ is perpendicular to $\vec{c}$.

**OR**

(b) If A, B and C be three non-collinear points such that $\overrightarrow{AB} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\overrightarrow{AC} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$, then find the area of $\Delta$ ABC.

## SECTION C

*This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.*

**26.** The volume of a wooden block in the shape of a cube increases at a constant rate as the air becomes moist during the rainy season. Show that the rate of change of its surface area varies inversely as the length of edge of the cube.

**27.** (क) एक पासे को उछाला गया। निम्न घटनाओं पर विचार कीजिए :

$A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{3, 5\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$

अत: निम्न ज्ञात कीजिए :

(i) $P(A|C)$ तथा $P(C|A)$

(ii) $P(A \cap B|C)$ तथा $P(A \cup B|C)$

**अथवा**

(ख) एक डिब्बे में 1 से 6 तक संख्यांकित 6 कार्ड हैं। एक विद्यार्थी को डिब्बे में से एक-एक करके प्रतिस्थापन सहित दो कार्ड निकालने तथा उन पर अंकित संख्याओं को नोट करने के लिए कहा गया। माना दोनों कार्डों पर आई संख्याओं का योगफल 10 आना घटना A है तथा पहले कार्ड पर 4 को छोड़ कर अन्य संख्या आना घटना B है।

P(A और B) ज्ञात कीजिए। अत: ज्ञात कीजिए कि क्या घटनाएँ A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं या नहीं।

**28.** अवकल समीकरण $(x - \sin y)\, dy + \tan y\, dx = 0$ का हल ज्ञात कीजिए।

**29.** (क) माना तीन खिलौने A, B तथा C एक सीधी रेखा में रखे गए हैं। यदि A, B तथा C के स्थिति सदिश क्रमश: $55\hat{i} - 2\hat{j}$, $5\hat{i} + 8\hat{j}$ तथा $a\hat{i} - 52\hat{j}$ हैं, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ मात्रक सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$|\vec{a} - \vec{b}|^2 + |\vec{b} - \vec{c}|^2 + |\vec{c} - \vec{a}|^2 \le 9.$

**30.** (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x - \sin x}{1 - \cos x}\, dx$$

**अथवा**

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}\, dx$$

**27.** (a) A die is rolled. Consider events :

$A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{3, 5\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$

and hence find :

(i) $P(A|C)$ and $P(C|A)$

(ii) $P(A \cap B|C)$ and $P(A \cup B|C)$

**OR**

(b) A box contains 6 cards numbered 1 to 6. A student is asked to pick up two cards, one by one after replacement and note down the numbers on the cards. Let A be the event of getting sum of the numbers on two cards as 10, and B, the event of a number other than 4 on the first card selected.

Find P(A and B) and find whether the events A and B are independent events or not.

**28.** Solve the differential equation $(x - \sin y)\, dy + \tan y\, dx = 0$.

**29.** (a) Let three toys A, B and C be placed in the same straight line. If the position vectors of A, B and C are $55\hat{i} - 2\hat{j}$, $5\hat{i} + 8\hat{j}$ and $a\hat{i} - 52\hat{j}$ respectively, find the value of 'a'.

**OR**

(b) If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are unit vectors, then prove that

$|\vec{a} - \vec{b}|^2 + |\vec{b} - \vec{c}|^2 + |\vec{c} - \vec{a}|^2 \le 9$.

**30.** (a) Find :

$$\int \frac{x - \sin x}{1 - \cos x}\, dx$$

**OR**

(b) Evaluate :

$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}\, dx$$

**31.** ग्राफ द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल ज्ञात कीजिए :

व्यवरोधों

$$2x + y \le 1000$$
$$x + y \le 800$$
$$x, y \ge 0$$

के अंतर्गत $Z = \frac{2x}{5} + \frac{3y}{10}$ का अधिकतमीकरण कीजिए।

## खण्ड घ

*इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।*

**32.** तीन विद्यार्थी A, B तथा C एक बुक-स्टोर पर कला की पुस्तकें, कहानी की पुस्तकें तथा पहेली हल करने की पुस्तकें खरीदने गए। A ने ₹ 21 में प्रत्येक प्रकार की एक-एक पुस्तक खरीदी, B ने ₹ 60 में 4 कला की, 3 कहानी की तथा 2 पहेली हल करने की पुस्तकें खरीदीं, जबकि C ने 6 कला की, 2 कहानी की तथा 3 पहेली हल करने की पुस्तकों के लिए B से ₹ 10 अधिक दिए। आव्यूह विधि के प्रयोग से प्रत्येक प्रकार की एक-एक पुस्तक का मूल्य ज्ञात कीजिए।

**33.** (क) यदि $y\sqrt{x^2+1} = \log \sqrt{x^2+1} - x$ है, तो दर्शाइए कि

$$(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0.$$

**अथवा**

(ख) $x^{\cot x} + \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - x + 2}$ का x के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए।

**34.** $\left\{(x, y) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} = 1\right\}$ द्वारा परिभाषित ग्राफ का स्केच खींचें तथा समाकलन के उपयोग से रेखा $x = \frac{5}{2}$ द्वारा बने इस वक्र के लघु वृत्तखण्ड के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**31.** Solve the following Linear Programming Problem graphically :

Maximize $Z = \frac{2x}{5} + \frac{3y}{10}$

subject to constraints

$$2x + y \leq 1000$$
$$x + y \leq 800$$
$$x, y \geq 0.$$

## SECTION D

*This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.*

**32.** Three students A, B and C go to a book-store to buy art books, story books and puzzle solving books. A buys one of each type of book for a total of ₹ 21. B buys 4 art books, 3 story books and 2 puzzle solving books for ₹ 60. C buys 6 art books, 2 story books and 3 puzzle solving books and pays ₹ 10 more than B. Use matrix method to find the cost of each type of book.

**33.** (a) If $y\sqrt{x^2+1} = \log \sqrt{x^2+1} - x$ , show that

$$(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0.$$

**OR**

(b) Find the differential of $x^{\cot x} + \frac{2x^2 - 3}{2x^2 - x + 2}$ with respect to x.

**34.** Sketch the graph defined by $\left\{(x, y) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} = 1\right\}$. Find the area of the region of minor segment cut off by the line $x = \frac{5}{2}$, using integration.

**35.** (क) बिंदु (0, 2, 3) से रेखा $\frac{-x-3}{-5} = \frac{1-y}{-2} = \frac{3z+12}{9}$ पर खींचे गए लंब का पाद ज्ञात कीजिए। अत: लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

(ख) यदि दो रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा

$$\vec{r} = (p\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{3}{\sqrt{2}}$ इकाई है, तो p का मान ज्ञात कीजिए।

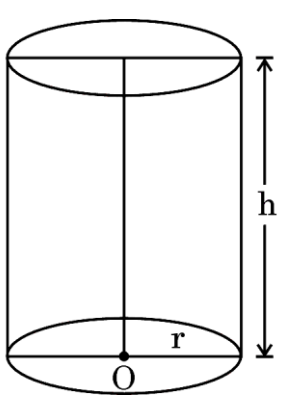
## खण्ड ङ

*इस खण्ड में 3 प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।*

### प्रकरण अध्ययन – 1

**36.** एक कंपनी ऊपर से खुले बेलनाकार गिलास बनाती है। उत्पाद में एकरूपता बनाए रखने के लिए उन्होंने बनाए गए गिलासों का पृष्ठीय क्षेत्रफल निश्चित कर दिया।

गिलास




उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

यदि एक गिलास का आयतन V, ऊँचाई h तथा वृत्तीय आधार की त्रिज्या r है, तो :

(i) इसके आयतन का आधार की त्रिज्या के सापेक्ष अवकलज ज्ञात कीजिए, जहाँ पृष्ठीय क्षेत्रफल नियत है। *2*

**35.** (a) Find the foot of the perpendicular from the point (0, 2, 3) on the line $\frac{-x-3}{-5} = \frac{1-y}{-2} = \frac{3z+12}{9}$ and hence find the length of the perpendicular.

**OR**

(b) Find the value of p if the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and

$\vec{r} = (p\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

is $\frac{3}{\sqrt{2}}$ units.

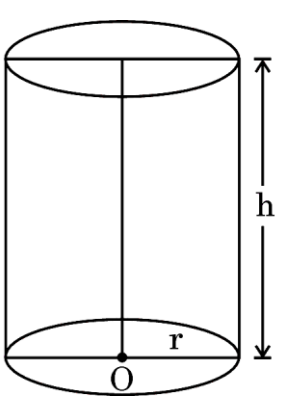
## SECTION E

*This section comprises 3 Case Study based questions of 4 marks each.*

### Case Study – 1

**36.** A company produces cylindrical tumblers, open from the top. Since they want uniformity in the product, they fix the surface area of the tumblers produced.

Tumbler




Based on the above information, answer the following questions :

If for a tumbler, V is its volume, h the height and r the radius of the circular base, then :

(i) Differentiate its volume with respect to radius of the base, where the surface area is constant. *2*

(ii) यदि यह कंपनी प्रत्येक गिलास के आयतन का अधिकतमीकरण करना चाहती है, तो ऊँचाई और आधार की त्रिज्या में संबंध स्थापित कीजिए। *2*

**प्रकरण अध्ययन – 2**

**37.** देश के लोगों को एक विशेष प्रकार के इंफेक्शन से बचाने के लिए मार्केट में तीन तरह की वैक्सीन $A_1$, $A_2$ तथा $A_3$ उपलब्ध हैं। एक सर्वेक्षण के अनुसार यह पाया गया कि 25% आबादी को वैक्सीन $A_1$, 35% आबादी को वैक्सीन $A_2$ तथा 40% आबादी को वैक्सीन $A_3$ दी गई तथा यह भी पाया गया कि वैक्सीन $A_1$, $A_2$ तथा $A_3$ की इंफेक्शन से बचाव करने की प्रायिकताएँ क्रमश: 60%, 55% तथा 50% थीं।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि

(i) एक $A_2$ वैक्सीन लेने वाले व्यक्ति को इंफेक्शन हो जाए। *1*

(ii) एक यादृच्छया चुने गए व्यक्ति का इंफेक्शन से बचाव हो जाए। *1*

(iii) (क) एक यादृच्छया चुना गया व्यक्ति इंफेक्शन से ग्रसित पाया गया, तो उसने वैक्सीन $A_1$ ली थी। *2*

**अथवा**

(iii) (ख) एक यादृच्छया चुना गया व्यक्ति इंफेक्शन से मुक्त पाया गया, तो उसे वैक्सीन $A_3$ दी गई थी। *2*

(ii) If the company wants to maximize the volume of each tumbler, then establish a relation between its height and the radius of the base. *2*

## Case Study – 2

**37.** There are three types of vaccines $A_1$, $A_2$, $A_3$, available in the market to protect the population of the country from spread of certain infection. According to a survey conducted, it was found that 25% of the population was given Vaccine $A_1$, 35% of the population was given Vaccine $A_2$ and 40% of the population was given Vaccine $A_3$. The survey also stated that the probabilities that Vaccines $A_1$, $A_2$ and $A_3$ would protect against the infection were 60%, 55% and 50% respectively.

Based on the above information, answer the following questions :

Find the probability that :

(i) The person taking vaccine $A_2$ will get infected. *1*

(ii) If a person is chosen randomly, he/she will be protected from the infection. *1*

(iii) (a) The person was given Vaccine $A_1$, given that the randomly chosen person is infected. *2*

**OR**

(iii) (b) The person was given Vaccine $A_3$, given that the randomly chosen person is not infected. *2*

## प्रकरण अध्ययन – 3

**38.** एक स्कूल चाहता है कि कक्षा XII के विद्यार्थी दुनिया के पर्यावरण को ध्यान में रखते हुए 'सस्टेनेबिलिटी' पर एक प्रोजेक्ट करें। उन्होंने इसमें भाग लेने वाले विद्यार्थियों को एक निबंध लेखन प्रतियोगिता के आधार पर चुना।

इस प्रोजेक्ट के लिए 80 में से 7 विद्यार्थियों को चुना गया तथा उन्हें दो समुच्चयों में बाँटा गया :

समुच्चय $A = \{G_1, G_2, G_3, G_4\}$ लड़कियों का समुच्चय है, तथा

समुच्चय $B = \{B_1, B_2, B_3\}$ लड़कों का समुच्चय है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) समुच्चय $A \rightarrow$ समुच्चय B तक कितने संबंध संभव हैं ? *1*

(ii) माना संबंध $R : A \rightarrow B$ इस प्रकार है कि

$R = \{(G_1, B_1), (G_2, B_2), (G_3, B_2), (G_4, B_3), (G_1, B_2)\}$ है।

क्या R एक एकैकी फलन है ? अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। *1*

(iii) (क) माना संबंध $R : A \rightarrow A$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$R = \{(x, y), x, y \in A,$ x तथा y शहर की एक ही कॉलोनी के विद्यार्थी हैं $\}$

जाँच कीजिए कि क्या R एक तुल्यता संबंध है। *2*

**अथवा**

(iii) (ख) जाँच कीजिए कि क्या कोई फलन $f : B \rightarrow A$ एकैकी आच्छादी है। अपने उत्तर के समर्थन में कारण दीजिए। *2*

## Case Study – 3

**38.** A school wants the students of class XII to do a project on 'Sustainability' keeping the world environment in mind. They select the student participants on the basis of an essay writing competition.

7 students out of 80 are selected for the project and are categorized into two sets such that :

Girl students belong to Set A = $\{G_1, G_2, G_3, G_4\}$,

Boy students belong to Set B = $\{B_1, B_2, B_3\}$.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) How many relations are possible from Set A $\rightarrow$ Set B ? *1*

(ii) Let R be a relation from A $\rightarrow$ B such that

$R = \{(G_1, B_1), (G_2, B_2), (G_3, B_2), (G_4, B_3), (G_1, B_2)\}$.

Is R an injective function ? Justify your answer. *1*

(iii) (a) Let the relation R from A $\rightarrow$ A be such that

R = {(x, y), x, y $\in$ A, x and y are students from the same colony in the city}

Verify if R is an equivalence relation. *2*

**OR**

(iii) (b) Verify if any function f : B $\rightarrow$ A is bijective. Give reason to support your answer. *2*